

abnahme verantwortlich ist. Für die Druckabhängigkeit der Elektronenbeweglichkeit liegt inzwischen eine detaillierte Theorie vor<sup>15</sup>, die auf Vorstellungen von PAUL und BROOKS<sup>14</sup> sowie HERMAN<sup>22</sup> beruht. Diese Autoren haben als erste unabhängig voneinander vorgeschlagen, den Abfall der Elektronenbeweglichkeit folgendermaßen zu deuten: Das [111]-Energieminimum im *k*-Raum, das normalerweise bei n-Germanium mit Elektronen besetzt ist, entfernt sich mit zunehmendem Druck vom Valenzband, während das [100]-Minimum, das bei  $p = 0$  ca. 0,2 eV über dem [111]-Minimum liegt, seine Lage kaum ändert. Dadurch entleert sich mit wachsendem Druck das [111]-Energieminimum auf Kosten des in [100] gelegenen, und es tritt eine zusätzliche, als Zwischenbandstreuung (*interband-scattering*) bezeichnete Erscheinung auf, die zu der raschen Widerstandsabnahme führt. Zu der durch Zwischenbandstreuung hervorgerufenen Beweglichkeitsänderung tritt diejenige, die sich durch die Deformationspotentialformel abschätzen lässt und auf Änderungen der elastischen Konstanten, der longitudinalen und transversalen effektiven Masse der Elektronen sowie des Deformationspotentials beruht. Die Beweglichkeitsänderung auf Grund dieser Faktoren ist vor allem bei relativ niedrigen Drucken wirksam, während bei höheren Drucken die Streuung zwischen den Minima dominiert.

Es wurde vor kurzem festgestellt, daß zu gleicher Zeit mit den Untersuchungen, von denen hier berichtet wird, eine unabhängige Messung der Druckabhängigkeit der Driftbeweglichkeit von Elektronen in p-Germanium bei Drucken bis zu 30 000 kp/cm<sup>2</sup> bei

Zimmertemperatur mit der Methode von LAWRENCE und GIBSON durchgeführt wurde<sup>23</sup>. Die Löcherdriftbeweglichkeit wurde von SMITH bei Drucken bis 12 000 kp/cm<sup>2</sup> bei den Temperaturen 296 und 195 °K gemessen. Weiter wurden bei verschiedenen Temperaturen Widerstandsmessungen unter Druck an p-Germanium ausgeführt. Die Ergebnisse von SMITH sind mit den hier mitgeteilten in guter Übereinstimmung. Die Zunahme der Leitfähigkeitsbeweglichkeit von Löchern<sup>23</sup> lag zwischen  $(1,2 \pm 0,1)\%$  und  $(1,38 \pm 0,06)\%$  bei 10 000 kp/cm<sup>2</sup>, für die Zunahme der Driftbeweglichkeit bei 296 °K wurde der Wert  $(1,1 \pm 1,1)\%$  gefunden. Auch bei den Messungen der Elektronendriftbeweglichkeit unter Druck besteht innerhalb der Fehlergrenze von  $\pm 2\%$  gute Übereinstimmung.

Den Herren Prof. Dr. R. VIEWEG und Prof. Dr. H. MOSER danke ich für die ständige Förderung der Arbeit, Herrn Prof. Dr. M. KOHLER für wertvolle Diskussionen. Den Herren Dr. E. ARENDTS, AEG/Gleichrichterfabrik Belecke, und Dipl.-Ing. F. W. DEHMELT, Telefunken/Röhrenwerk Ulm, danke ich für die freundliche Überlassung von Germaniumkristallen. Herr Dr. W. FLECHSIG stellte mir die Einrichtungen des Halbleiterlaboratoriums der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt zur Verfügung, Herr Dr. J. GIELESSEN die Hochdruckapparatur. Herrn H. J. ENGELMANN bin ich für die Herstellung der Versuchskristalle und technische Assistenz zu Dank verpflichtet. Der benutzte Doppelimpulsgenerator war eine Leihgabe der Deutschen Forschungsgemeinschaft, für dessen Überlassung gedankt wird.

<sup>22</sup> F. HERMAN, Phys. Rev. **95**, 847 [1954].

<sup>23</sup> A. C. SMITH, Technical Report No. HP2 (1958), Gordon McKay Laboratory, Harvard University.

## Zur Anomalie des Hall-Koeffizienten von schwach p-dotiertem InAs'

Von H. RUPPRECHT und H. WEISS

Aus dem Forschungslaboratorium der Siemens-Schuckertwerke AG, Erlangen  
(Z. Naturforsch. **14 a**, 531—535 [1959]; eingegangen am 24. März 1959)

Herrn Prof. Dr. E. MOLWO zum 50. Geburtstag

Durch Potentialmessungen längs der HALL-Strecke zwischen den beiden HALL-Sonden läßt sich zeigen, daß der anomale Temperaturverlauf der HALL-Spannung an schwach p-leitendem InAs nach Sandstrahlen von einer dünnen n-leitenden Oberflächenschicht herrührt. Es lassen sich aus den Meßergebnissen einige Abschätzungen über den HALL-Koeffizienten der n-leitenden Schicht und das Beweglichkeitsverhältnis von Löchern und Elektronen vornehmen.

In einer früheren Arbeit<sup>1</sup> ist gezeigt worden, daß die elektrischen Eigenschaften von schwach p-dotierten Einkristallen aus InAs entscheidend von der Oberflächenbehandlung der Proben abhängen: Sand-

strahlen oder Schmirlgeln bewirkt anomalen Temperaturverlauf des HALL-Koeffizienten, d. h. zweimaligen Vorzeichenwechsel beim Abkühlen unter Zim-

<sup>1</sup> H. RUPPRECHT, Z. Naturforsch. **13 a**, 1094 [1958].



Dieses Werk wurde im Jahr 2013 vom Verlag Zeitschrift für Naturforschung in Zusammenarbeit mit der Max-Planck-Gesellschaft zur Förderung der Wissenschaften e.V. digitalisiert und unter folgender Lizenz veröffentlicht: Creative Commons Namensnennung-Keine Bearbeitung 3.0 Deutschland Lizenz.

Zum 01.01.2015 ist eine Anpassung der Lizenzbedingungen (Entfall der Creative Commons Lizenzbedingung „Keine Bearbeitung“) beabsichtigt, um eine Nachnutzung auch im Rahmen zukünftiger wissenschaftlicher Nutzungsformen zu ermöglichen.

This work has been digitized and published in 2013 by Verlag Zeitschrift für Naturforschung in cooperation with the Max Planck Society for the Advancement of Science under a Creative Commons Attribution-NoDerivs 3.0 Germany License.

On 01.01.2015 it is planned to change the License Conditions (the removal of the Creative Commons License condition "no derivative works"). This is to allow reuse in the area of future scientific usage.

mertemperatur. Nach Ätzen mit verdünnter Salpetersäure ( $\text{HNO}_3$ ) oder elektrolytischer Behandlung mit Perchlorsäure ( $\text{HClO}_4$ ) findet man das normale Verhalten p-leitender Proben, d. h. nur einen Vorzeichenwechsel von n-Leitung bei höheren Temperaturen zu p-Leitung bei tiefen Temperaturen.

Bei diesen früheren Experimenten ist festgestellt worden, daß für den anomalen Temperaturverlauf des HALL-Koeffizienten praktisch nur diejenigen Oberflächen von Bedeutung sind, auf welche die Spitzen der HALL-Sonden aufgesetzt werden. Um den anomalen Vorzeichenwechsel von  $R_H$  weiter zu analysieren, wurde in der vorliegenden Arbeit das Potential längs der HALL-Strecke zwischen den beiden HALL-Sonden an zwei zusätzlichen Stellen bestimmt.

Abb. 1 zeigt die Anordnung der vier Sonden. Die Sonden 1 und 4 sind in der für HALL-Messungen

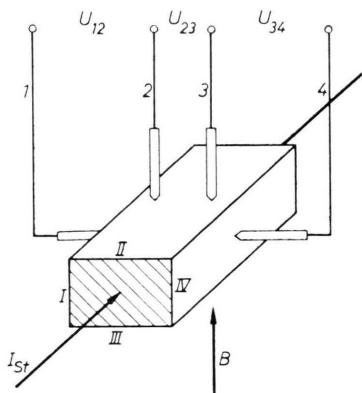
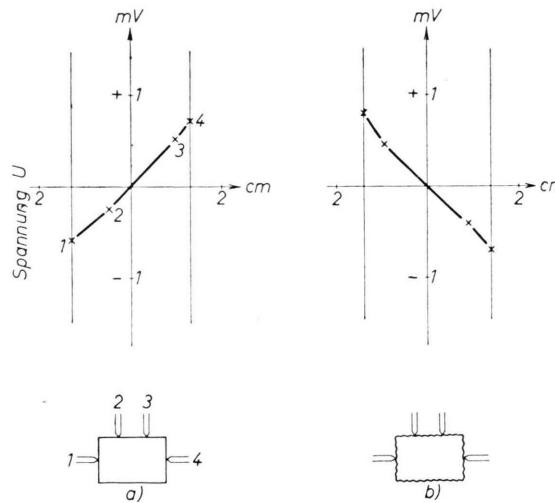


Abb. 1. Anordnung der 4 Sonden auf der Probe zur Messung der Teilspannungen längs der HALL-Strecke 1–4.



üblichen Art auf den in der Figur mit I und IV bezeichneten Flächen angebracht. Die Sonden 2 und 3 liegen längs der Verbindungslinie von 1 und 4 auf der Fläche II, auf der die magnetische Induktion B senkrecht steht. Da es äußerst schwierig ist, die vier Sonden so anzubringen, daß ohne Magnetfeld keine Potentialdifferenz zwischen den einzelnen Paaren auftritt, wurden die in Abb. 2 bestimmten Potentiale als Mittelwerte von vier Messungen durch Umpolen von Steuerstrom  $I_{st}$  und Magnetfeld  $B$  gewonnen. Die Abweichungen der Gesamtspannung  $U_{14}$  von der Summe der Einzelspannungen blieb in jedem Fall unter 3%.

In Abb. 2 sind nur die an einem Einkristall von  $2 \times 2,8 \times 25 \text{ mm}^3$  bei  $80^\circ\text{K}$  erhaltenen Meßergebnisse wiedergegeben. Der Strom  $I_{st}$  betrug 5 mA, das Magnetfeld 10 kGauß. Abb. 2 a zeigt den Potentialverlauf der allseitig geätzten Probe mit normalem Temperaturverhalten des HALL-Koeffizienten in Abhängigkeit vom Ort der HALL-Strecke 1–4. Die Meßpunkte liegen nahezu auf einer Geraden, wie es einem homogenen Material entspricht. Die Steigung der Geraden liefert mit den Dimensionen der Probe einen positiven HALL-Koeffizienten von

$$R_H(80^\circ\text{K}) = +350 \text{ cm}^3/\text{As}.$$

Abb. 2 b gibt das Potential quer über die allseitig geschmiedete Probe wieder. Auch in diesem Falle verläuft das Potential praktisch linear zwischen den beiden HALL-Sonden 1 und 4. Der HALL-Koeffizient  $R_H(80^\circ\text{K}) = -611 \text{ cm}^3/\text{As}$  ist jedoch, wie aus der Neigung der Geraden ersichtlich, im Gegensatz zu 2 a negativ. Wurde dagegen nur die Fläche II, auf

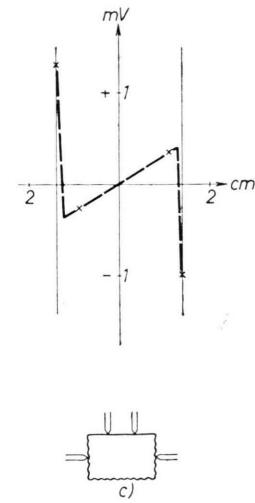


Abb. 2. Potentialverlauf längs der HALL-Strecke bei  $T=80^\circ\text{K}$  und  $B=10000 \text{ Gauß}$ .  $I_{st}=5 \text{ mA}$ ; a) alle Flächen geätzt (—); b) alle Flächen geschmiedet (~~~~); c) Fläche II (s. Abb. 1) geätzt.

welche die Sonden 2 und 3 aufgesetzt waren, geätzt, während die übrigen Flächen geschmiegelt blieben, so ergab sich aus den Potentialmessungen an den vier Stellen kein linearer Zusammenhang zwischen Ort und Potential. Vielmehr lassen die Ergebnisse einen Potentialverlauf vermuten, wie er in Abb. 2 c gestrichelt eingezeichnet ist: der Potentialverlauf auf der geätzten Fläche II zwischen 2 und 3 weist auf p-Leitung hin, während die HALL-Spannungen am Rande zwischen 1–2 und 3–4 auf eine n-leitende Oberflächenschicht schließen lassen. Da die n-leitende Schicht, wie die folgenden Abschätzungen zeigen, sehr dünn ist, muß man die Gerade zwischen den an den Sonden 2 und 3 ermittelten Meßpunkten bis kurz unter die Oberfläche hin fortsetzen. In diesem Zusammenhang ist zu erwähnen, daß auch für den Fall 2 c die Einzelpotentiale proportional zu Steuerstrom und Magnetfeld sind. Dieser eben beschriebene Einfluß einer Oberflächenbehandlung auf den Potentialverlauf längs der HALL-Strecke konnte noch an mehreren Kristallen bestätigt werden. Abb. 3 zeigt

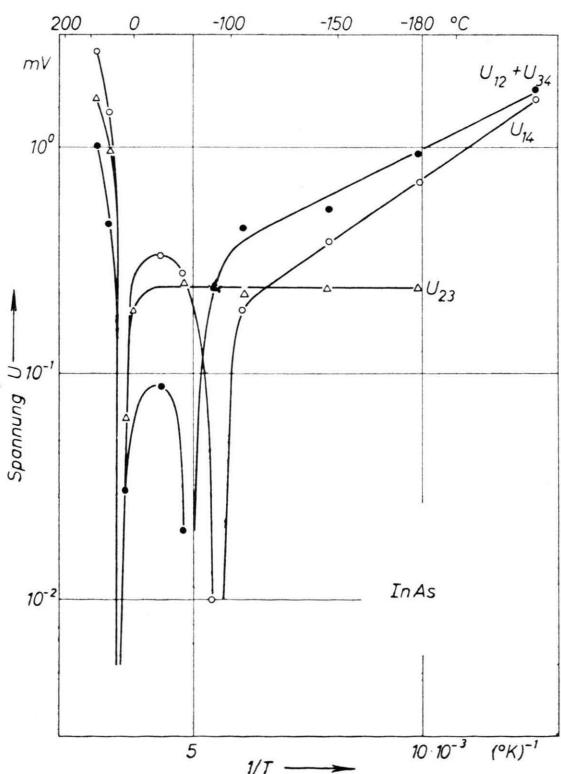


Abb. 3. Abhängigkeit der Einzelspannungen von  $1/T$  bei 10 000 Gauß. Flächen II und III geätzt, I und IV geschmiegelt.  $I_{st} = 5 \text{ mA}$ .

den an einer anderen Probe ( $2 \times 2,8 \times 25 \text{ mm}^3$ ) gemessenen Temperaturverlauf der Einzelspannungen. Der Steuerstrom betrug ebenfalls 5 mA, das Magnetfeld 10 kGauß. Die Flächen I und IV waren geschmiegelt worden, II und III geätzt. Während die Spannung  $U_{23}$  auf der geätzten Fläche II bei Temperaturen unterhalb des normalen Nulldurchgangs einer p-Leitung entsprechend positiv bleibt, ändern die Spannungen  $U_{12}$  und  $U_{34}$  (über den geschmiegelten Randschichten) bei weiterem Abkühlen ihr Vorzeichen ein zweites Mal. Der Übersichtlichkeit wegen wurde in dem Diagramm nur die Summe  $U_{12} + U_{34}$  eingetragen, da die Einzelspannungen bezüglich Absolutwert und Temperaturgang praktisch übereinstimmen. Außerdem zeigt sich, daß der anomale Vorzeichenwechsel der Randspannungen bei höheren Temperaturen auftritt als der anomale Vorzeichenwechsel der Gesamtspannung  $U_{14}$ , da in letzterem Fall ein höherer positiver Anteil des Volumens zu kompensieren ist.

In Abb. 4 wurden nun die Gesamtspannung  $U_{14}$

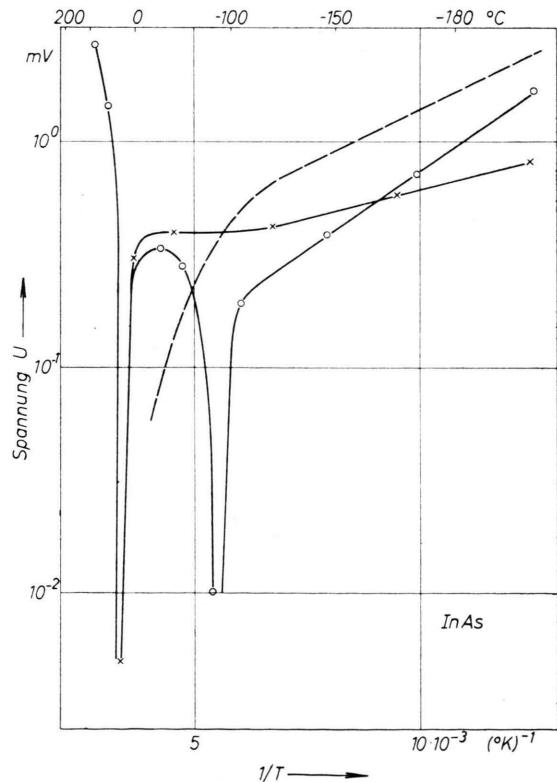


Abb. 4. HALL-Spannungen von geschmiegelter und geätzter Probe und von beiden Oberflächenschichten in Abhängigkeit von  $1/T$  bei 10 000 Gauß.  $I_{st} = 5 \text{ mA}$ . ○  $U_{14}$  geschmiegelt; ✕  $U_{14}$  geätzt; — —  $U_0 = U_{14}$  (geschmiegelt) —  $U_{14}$  (geätzt).

für den vollständig geätzten Kristall sowie die Gesamtspannung  $U_{14}$  für den geschmiergelten Kristall nach Abb. 3 in Abhängigkeit von  $1/T$  aufgetragen. Aus den beiden Kurven läßt sich die Temperaturabhängigkeit des negativen Spannungsanteils der Oberflächen ermitteln:

$$U_0 = U_{14}(\text{geschmiergelt}) - U_{14}(\text{geätzt}).$$

Diese von den Oberflächen herrührende negative Spannung ist gestrichelt eingetragen.

Mit Hilfe der bei den eben geschilderten Experimenten gewonnenen Daten lassen sich einige Abschätzungen über die elektrischen Eigenschaften der Oberflächenschicht vornehmen. Für den effektiven HALL-Koeffizienten  $R_{H,\text{eff}}$  berechnet man unter den in unserem Falle gegebenen Voraussetzungen, nämlich Addition der HALL-Spannungen zweier strommäßig parallel geschalteter Gebiete mit n- und p-Leitung, folgenden Ausdruck:

$$R_{H,\text{eff}} = R_{Hn} \frac{\sigma_n l_n}{\sigma_{\text{eff}} l} + R_{Hp} \frac{\sigma_p l_p}{\sigma_{\text{eff}} l} \quad (1)$$

$$\text{mit } \sigma_{\text{eff}} = \sigma_n \frac{l_n}{l} + \sigma_p \frac{l_p}{l} \text{ und } l = l_n + l_p.$$

Dabei bedeuten:

- $R_{Hn}, R_{Hp}$  HALL-Koeffizient des homogenen n- bzw. p-Gebietes,
- $\sigma_n, \sigma_p$  elektrische Leitfähigkeit des homogenen n- bzw. p-Gebietes,
- $l_n, l_p$  HALL-Strecke des homogenen n- bzw. p-Gebietes.

Bei den in dieser Arbeit untersuchten Kristallen bleibt der Einfluß der Oberflächenbehandlung auf die effektive Leitfähigkeit unter 5%, außerdem liegt  $l_n$  nach Ätzversuchen bei  $10 \mu$ , man darf also  $l_p = l$  (etwa 3 mm) setzen. Nimmt man nun folgende Werte:

$$R_{Hn} = -1080 \text{ cm}^3/\text{As},$$

$$R_{Hp} = +480 \text{ cm}^3/\text{As},$$

wie sie sich aus den experimentell ermittelten HALL-Spannungen von Abb. 3 und 4 für  $T = 80^\circ\text{K}$  ergeben, so kann man einen minimalen HALL-Koeffizienten für die n-leitende Oberflächenschicht abschätzen mit:

$$R_{Hn} \geq -3 \cdot 10^4 \text{ cm}^3/\text{As},$$

d. h. die Elektronenkonzentration ist  $< 10^{14}/\text{cm}^3$ . Andererseits muß für den zweiten anomalen Nulldurchgang der HALL-Spannung gelten

$$E_{Hn} l_n = E_{Hp} l_p. \quad (2)$$

Dabei bedeuten  $E_{Hn}, E_{Hp}$  die HALL-Feldstärken im n- bzw. p-leitenden Gebiet. Aus (2) läßt sich dann ein Beweglichkeitsverhältnis von  $\mu_n/\mu_p$  unter Verwendung von  $E_H/E_{st} = \mu B$  abschätzen, wobei  $E_{st}$  die durch den Streuerstrom  $I_{st}$  bestimmte Feldstärke ist. Für  $l_p/l_n = 1,5 \cdot 10^2$  beträgt  $\mu_n/\mu_p$  etwa 150.

Für die Betrachtung der Kurve von  $U_0$  in Abb. 4 soll Gl. (2) noch etwas anders geschrieben werden:

$$U_0 = E_{Hn} l_n = E_{st} l_n \mu_n B. \quad (2')$$

Da nun  $E_{st}$  und  $B$  praktisch unabhängig von der Temperatur sind, stellt die gestrichelte Kurve in Abb. 4 die Temperaturabhängigkeit des Produktes  $\mu_n l_n$  dar. Die bis jetzt durchgeföhrten Versuche erlauben aber noch keine Einzelbestimmung der beiden Faktoren.

Aus den geschilderten Überlegungen folgt, daß Anomalien des HALL-Koeffizienten wie die bei InAs beobachteten, bevorzugt bei Substanzen mit großem Beweglichkeitsverhältnis auftreten. Je größer das Beweglichkeitsverhältnis ist, um so kleiner kann die „Dicke“ der Oberflächenschicht bleiben. Bei Präpa-

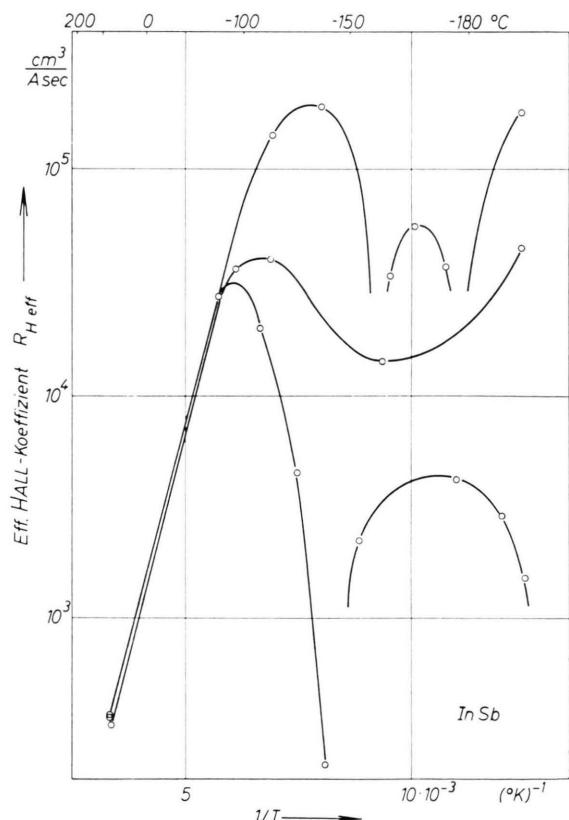


Abb. 5. Effektiver HALL-Koeffizient von 3 kompensierten Proben aus InSb in Abhängigkeit von  $1/T$ .

raten mit starker Kompensation ist die Möglichkeit gegeben, daß sich auch im Innern des Materials, z. B. längs Versetzungslinien Inversions„bänder“ ausbilden.

Auch bei InSb wurde ein doppelter Nulldurchgang des HALL-Koeffizienten beobachtet, wie Abb. 5 zeigt. Es handelt sich bei den drei dargestellten Präparaten um polykristallines Material, so daß nähere Angaben nicht möglich sind.

Fassen wir die hier mitgeteilten Ergebnisse kurz zusammen, so können wir feststellen: Die Potentialmessungen zeigen, daß die in allen Fällen vorhandene positive HALL-Spannung des Volumens bei InAs

erhalten bleibt. Die zwischen den HALL-Sonden gemessene HALL-Spannung setzt sich aus einem positiven Volumenanteil und den negativen Oberflächenanteilen zusammen. Die in der Oberfläche erzeugte negative HALL-Spannung ist größer als die positive Spannung des Volumens, so daß man schließlich eine negative Gesamtspannung mißt. Unter Zuhilfenahme von experimentellen Daten lassen sich einige Abschätzungen über HALL-Koeffizient und Beweglichkeit in den Oberflächenschichten vornehmen.

Für die Überlassung der Präparate haben wir den Herren Dr. O. G. FOLBERTH und Dr. H. A. SCHELL vielmals zu danken.

## Zur Theorie der Wärmeleitung in Isolatoren\* I

Von HARRY PAUL

Aus dem Theoretisch-Physikalischen Institut der Universität Jena  
(Z. Naturforsch. 14 a, 535—540 [1959]; eingegangen am 6. Dezember 1958)

In die Beschreibung der Wärmeleitung werden — im Sinne des von LEBOWITZ und BERGMANN vorgeschlagenen „New Approach to Non-equilibrium Processes“ — die Wärmebäder, die experimentell den Ablauf des Wärmeleitungsvorganges erzwingen, mit eingeschlossen. Es ergeben sich Randbedingungen für die mittleren Phononenbesetzungsgrößen auf den Begrenzungen des Kristalls, die sich mit den Wärmebädern in Kontakt befinden. Bei hohen Temperaturen erhält man denselben Wert für die Wärmeleitfähigkeit wie in der PEIERLSSCHEN Theorie.

Will man die Wärmeleitung in einem Isolator vom quantenmechanischen Standpunkt aus studieren, so steht einem die von PEIERLS<sup>1</sup> entwickelte Theorie zur Verfügung, die auf der Phononenkonzeption basiert. Das Phononengas ist im Fall stationärer Prozesse der BOLTZMANNschen Stoßgleichung unterworfen. Die Aufgabe besteht darin, solche Lösungen dieser Gleichung aufzusuchen, die es erlauben, jedem Raumpunkt — zumindest genähert — eine Temperatur zuzuordnen. Der betrachtete Kristall wird dabei als unendlich ausgedehnt angesehen. Um jedoch bei sehr tiefen Temperaturen mit dem Experiment in Übereinstimmung zu bleiben, hat man nach CASIMIR<sup>2</sup> einen ganz anderen Weg einzuschlagen: Man hat einen Kristall zu betrachten, der zumindest in einer Dimension nur endlich ausgedehnt ist, und sich vorzustellen, daß die Randpunkte verschiedene Temperaturen besitzen und entsprechend der jeweiligen Temperatur Phononen emittieren. (Von CASIMIR wurde der Fall eines unendlich langen

Zylinders durchgerechnet; dort hat man einen genähert linearen Temperaturverlauf längs des Zylinders anzunehmen.)

In der vorliegenden Arbeit wird nun versucht, diese beiden scheinbar so völlig verschiedenen Behandlungsmethoden miteinander in Einklang zu bringen. Das geschieht durch Einbeziehung der Wärmebäder in die Betrachtung entsprechend den von LEBOWITZ und BERGMANN<sup>3, 4</sup> entwickelten Ideen. Ein Wärmebad wird durch eine kanonische Gesamtheit repräsentiert; ein Mitglied dieser Gesamtheit tritt höchstens einmal (und auch dann nur kurzzeitig) in Wechselwirkung mit einem System aus der Gesamtheit, die den betrachteten (endlich ausgedehnten) Kristall wiedergibt. Wenn man zum Aufbau der kanonischen Gesamtheiten für die Wärmebäder speziell Exemplare des Kristalls benutzt, kann man die Wechselwirkung leicht übersehen. Der Einfluß der Wärmebäder äußert sich in Randbedingungen für die mittleren Phononenbesetzungsgrößen.

\* Gekürzte Fassung der Jenaer Dissertation 1958.

<sup>1</sup> R. PEIERLS, Ann. Phys., Lpz. 3, 1055 [1929].

<sup>2</sup> H. G. B. CASIMIR, Physica 5, 495 [1938].

<sup>3</sup> P. G. BERGMANN u. J. L. LEBOWITZ, Phys. Rev. 99, 578 [1955].

<sup>4</sup> J. L. LEBOWITZ u. P. G. BERGMANN, Ann. Physics 1, 1 [1957].